შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

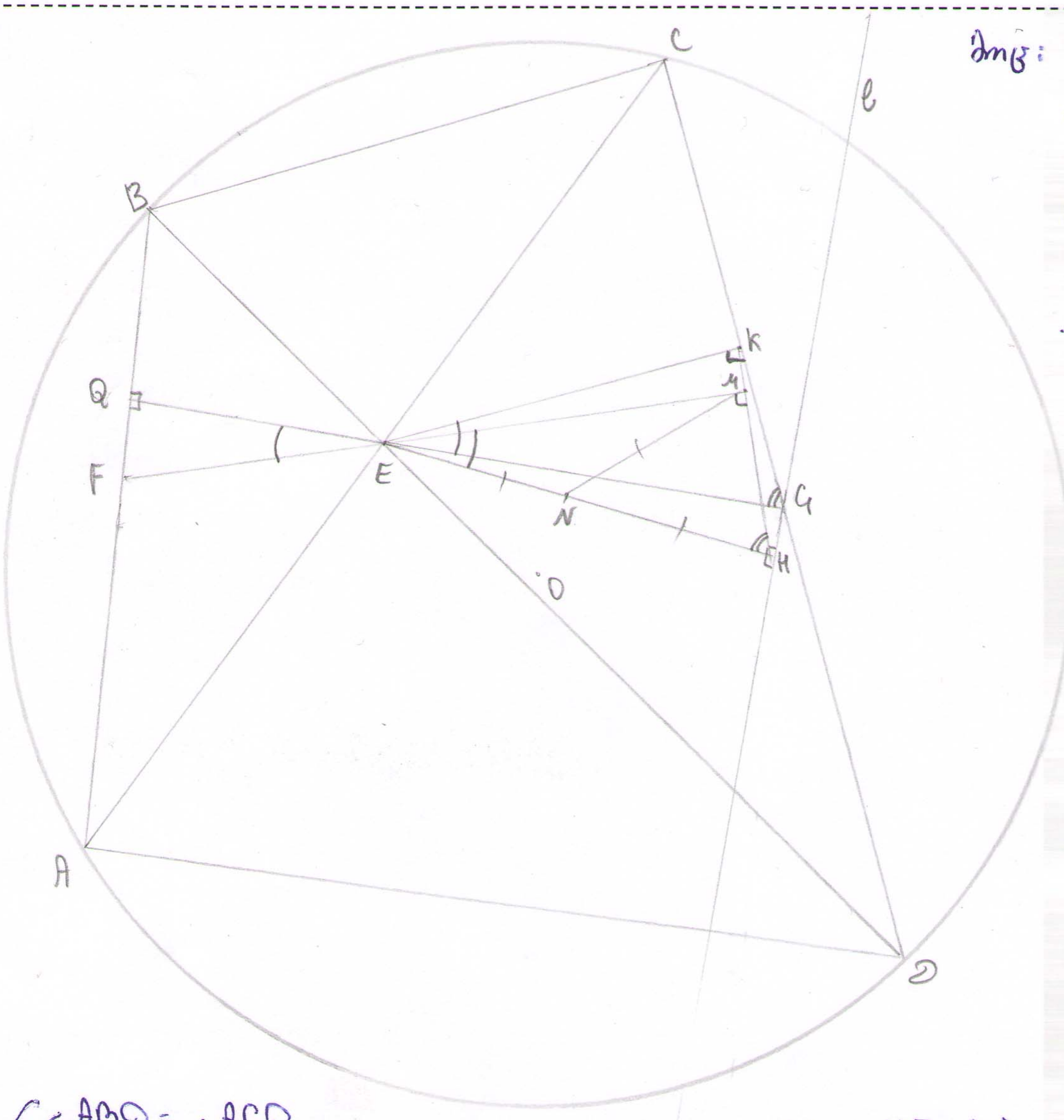
შესარჩევი ტურები მათემატიკის 53-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა №

21.04.2012/ მათ/ I/ 035

ამოცანა № 1

გვერდი № 1



მოც: $(O; R)$; $\triangle ABCD$;
$AB \nparallel CD$; $BC \nparallel AD$,
l, $BD \cap AC = E$
$l \parallel AB$; $EK \perp CD$;
$EH \perp l$, $EN = NH$
$M \in KH$

უ.დ. $EH = 2MN$

$$\begin{cases} \angle ABD = \angle ACD \\ \angle BAC = \angle BDC \\ \angle AEB = \angle CED \end{cases} \Rightarrow \triangle ABE \sim \triangle DCE$$

გავაგრძელოთ ME მონაკვეთი AB გვერდის გადაკვეთამდე Q წერტილში.
$HQ \perp l$ ე.ი. $HQ \perp AB$ $\angle EQF = 90°$

რადგან სამკუთხედებში $\triangle ABE$ და $\triangle DCE$ EQ და EK, შესაბამისად, სიმაღლეებია, EF და EG კი მედიანები. $\Rightarrow \angle QEF = \angle KEG$

$\angle MEH = \angle FEQ$ (როგორც ვერტიკალური კუთხეები) $\angle KEG = \angle QEF = \angle MEH$

5

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

შესარჩევი ტურები მათემატიკის 53-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა №

21.04.2012/ მათ/ I/ 035

ამოცანა № 1

გვერდი № 2

$\angle EKG = 90^\circ$
$\angle EHG = 90^\circ$ $\quad \angle EKG + \angle EHG = 180^\circ$ ე.ი. $\square EKGH$ ჩაიხაზება წრეწირში

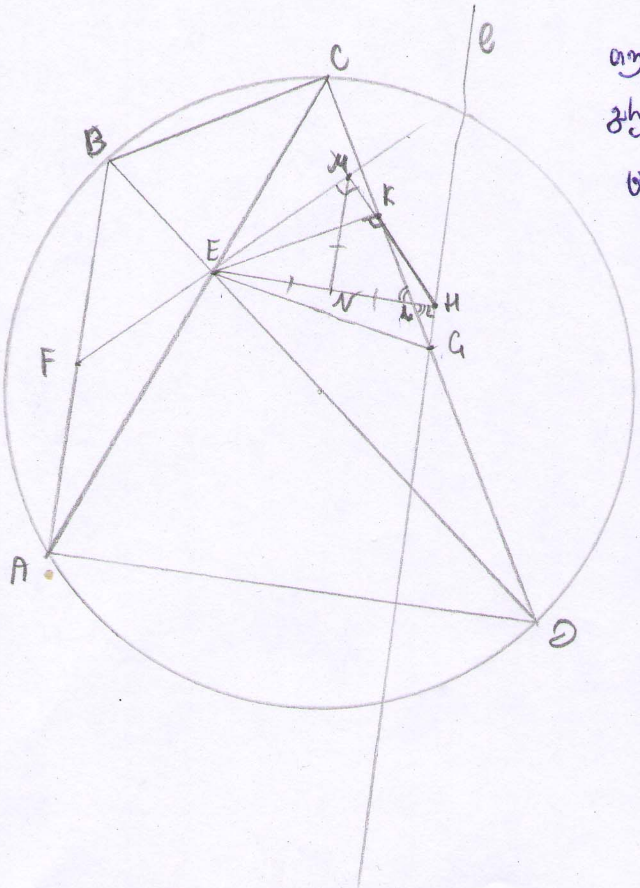
$\angle EHM = \angle EHK = \angle EGK$ (როგორც ერთი და იმავე $\overline{EK}$ რკალზე დაყრდნობილი კუთხეები)

$\triangle EMH \sim \triangle EKG$ რადგან $\angle KEG = \angle MEH$ და $\angle EHM = \angle EGK \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle EMH = \angle EKG = 90^\circ$

$\triangle AMH$ მართკუთხაა, მისი $\angle M$-დან გავლებული მედიანა MN EH ჰიპოტენუზის ნახევარია.

$EN = NH = MN \qquad EH = 2MN$ რ.დ.გ.



თუ H წერტილი $\square ABCD$ ოთხკუთხედის გარეთ მდებარეობს $\triangle EKHG$ ოთხკუთხედის ჩახაზვას შემდეგნაირად დავამტკიცებთ:

$\angle ELK = \angle GLH$; $\angle EKL = \angle LHG = 90^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle EKL \sim \triangle GHL$

ე.ი. $\square EKHG$ ჩაიხაზება წრეწირში.

ამოხსნის დანარჩენი ნაწილი ანალოგიურად მტკიცდება მსგავსად.

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

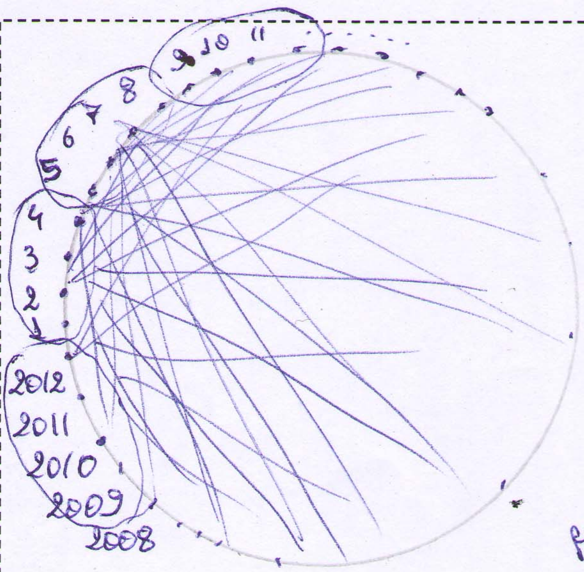
შესარჩევი ტურები მათემატიკის 53-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა №

21.04.2012/ მათ/ I/ 035

ამოცანა № 2

გვერდი № 1



ფირმის ყოველ წევრს "მეგობარი" მაქსიმალური, შესაძლო რაოდენობა რომ ჰყავდეს (2011), "მეგობარი წყვილების" რაოდენობა იქნება

$$\frac{2012 \cdot 2011}{2} = \cancel{1{,}017{,}566}\ 2{,}023{,}066$$

დავყოთ ფირმის თანამშრომლები 503 ოთხეულად. ~~ყოვ~~ ყოველი ოთხეულიდან "შევარჩიოთ" "მეგობარი" ერთი წყვილი. "მეგობარი წყვილების" მაქსიმალურ რაოდენობას დავაკლოთ 503.

$\cancel{1{,}017{,}566 - 503 = 1{,}017{,}063}$ – "მეგობარი წყვილების" ზღვრული რაოდენობა, რომლის ამოცანის პირობა სრულდება.

$2{,}023{,}066 - 503 = 2{,}022{,}563$

"მეგობრების წყვილთა" მინიმალური რაოდენობა

$$\frac{2012 \cdot 1341}{2} = 1{,}344{,}046 \qquad 1{,}344{,}046 < 2{,}022{,}563$$

რადგან "მეგობრების წყვილთა" მინიმალური შესაძლო რაოდენობა ნაკლებია მოცემული პირობის შესრულებისათვის ~~[illegible]~~ აუცილებელ მეგობრების წყვილთა ~~[illegible]~~ (~~[illegible]~~) რაოდენობაზე, შესაძლებელია ფირმის ყოველ ოთხ თანამშრომელს შორის მოიძებნოს ისეთი ორი, რომლებიც ერთმანეთის "მეგობრები" არ არიან.